

Mathias Sablé-Meyer
introlog@s-m.ac

9 Décembre 2019

1 Puzzle de logique

Vous êtes face à trois boîtes. Exactement une contient des bonbons. Sur chaque boîte se trouve un indice, que voici:

1. Les bonbons ne sont pas ici
2. Les bonbons ne sont pas ici
3. Les bonbons sont dans la boîte 2

Exactement un indice est vrai. Où se trouvent les bonbons ?

2 Rappels du cours

Ref: Section 2 du cours

- Justifier le théorème 1.
- Justifier le théorème 2.
- Justifier le théorème 3.
- Justifier le théorème 4.
- Donner la définition de la probabilité conditionnelle.
 - Lorsque A et B sont des événements indépendants, que vaut $Pr(A | B)$.
 - Lorsque A et B sont des événements indépendants, que vaut $Pr(A \wedge B)$.
- Énoncer la règle simple de Bayes.
 - Montrer la règle simple de Bayes en utilisant la définition des probabilités conditionnelles.

3 Exercices d'application

3.1 J'veus ai apporté des bonbons

Énoncé: Les Smarties et les M&M's sont deux marques de bonbons au chocolat enrobés dans une couche de couleur croustillante. Chacun de ces bonbons a la même taille et une couleur. Soit un récipient qui contient un mélange de Smarties et de M&M's tel qu'il y a 5 M&M's pour 4 Smarties répartis en 4 couleurs différentes (rouge, jaune, orange et vert). Les proportions de M&M's rouges, jaunes, oranges et verts sont les suivantes: 0.3, 0.4, 0.1 et 0.2; les proportions de Smarties rouges, jaunes, oranges et verts sont les suivantes: 0.25, 0.2, 0.3 et 0.25.

On tire au sort un bonbon du récipient. Quelle est la probabilité que:

1. ce soit un Smartie vert?
2. ce soit un bonbon vert?
3. ce soit un Smartie, étant donné que c'est un bonbon vert?

Les nuances de vert utilisées par les deux marques de bonbons sont telles qu'il est très facile de les distinguer, ce qui n'est pas le cas pour les autres couleurs. On tire au sort un bonbon et on montre la couleur du bonbon. Si le bonbon est vert, la marque est reconnue immédiatement, si ce n'est pas le cas, on lance une pièce pour décider de quelle marque il s'agit.

Question: Quelle est la probabilité de trouver effectivement la marque du bonbon en suivant cette méthode?

3.2 Night on Earth

Énoncé: Dans une ville, il y a uniquement deux compagnies de taxis: les "taxis verts", qui représentent 85% des taxis, et les "taxis bleus". Un accident survient la nuit et le véhicule impliqué quitte la scène. Un témoin affirme qu'il s'agissait d'un taxi bleu.

Question: Quelle est la probabilité que le taxi responsable soit effectivement un taxi bleu, sachant que la fiabilité du témoignage dans des conditions d'éclairage analogues à celles prévalant lors de l'accident est évaluée à 80% (les témoins identifient correctement la couleur du taxi dans 80% des cas et se trompent dans 20% des cas)?

3.3 Éthylotest

Énoncé: Soit un éthylotest utilisé par la police municipale qui indique 5% de faux positifs. Cet éthylotest, cependant, n'indique jamais de faux négatifs. Supposons qu'un conducteur sur 1000 conduit en état d'ébriété. La police municipale arrête une voiture au hasard et fait passer l'éthylotest. L'éthylotest donne un résultat positif.

Question: Quelle est la probabilité que le ou la conductrice ainsi contrôlée soit effectivement en état d'ébriété?