

Mathias Sablé-Meyer

introlog@s-m.ac

30 septembre 2019



1 Énoncés, formules, phrases, propositions:

1.1 Traduction

Traduisez les énoncés suivants en logique propositionnelle, en utilisant la convention de traduction suivante :

p : Claude aime Dominique

q : Dominique aime Claude

a Dominique et Claude s'aiment

b Dominique et Claude ne s'aiment ni l'un ni l'autre.

c Dominique aime Claude, mais ce n'est pas réciproque.

d Il est faux que Dominique aime Claude et que ce ne soit pas réciproque.

e Il est faux que Dominique soit aimé de Claude et Claude de Dominique.

f Dominique n'est pas aimé de Claude ou il ne l'aime pas.

g Dominique aime Claude quoique Claude n'aime pas Dominique.

h Il n'est pas vrai que si Dominique aime Claude, alors Claude aime Dominique.

i Ou bien Dominique aime Claude, ou bien si Dominique n'aime pas Claude, alors Claude aime Dominique.

1.2 Arbres syntaxiques

Construisez lorsque c'est possible les arbres de dérivation syntaxique des formules suivantes :

- | | | |
|---------------------------|--|---------------------------------|
| 1. $\neg\neg(p \wedge q)$ | 3. $(p \rightarrow \wedge\neg q)$ | 5. $(p \vee q)$ |
| 2. $\neg p\neg(p \vee q)$ | 4. $p \wedge (q \leftrightarrow (p \vee r))$ | 6. $\neg(\neg p \wedge \neg q)$ |

1.3 Tables de vérité

Écrire les tables de vérité des énoncés précédents. Que remarquez vous pour les deux derniers?

2 Un peu de recul

Qu'est-ce qu'un connecteur logique ? Combien de connecteurs logiques binaires peut-on définir ? Et unaires ? Et autres (?) ? Avec seulement 2 variables, combien de formules différentes pouvez vous faire ?

3 Connecteurs logiques:

3.1 Ni... ni...

- Donner la table de vérité du connecteur binaire “•” traduisant “ni p, ni q”
- Pouvez-vous définir “•” en utilisant les connecteurs suivants:

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------|
| i “ \wedge ” et “ \neg ” ? | ii “ \vee ” et “ \neg ” ? |
|--------------------------------|-------------------------------|

- Pouvez-vous définir les connecteurs suivants en utilisant “•” ?

- | | |
|----------------|----------------------|
| i “ \wedge ” | iii “ \neg ” |
| ii “ \vee ” | iv “ \rightarrow ” |

- Quel est le plus petit système adéquat contenant “•” ? (*adéquat* := qui peut engendrer toutes les valeurs de vérité possibles. On dit aussi fonctionnellement complet.)

3.2 Reverse engineering

Trouver des formules complexes formées des atomes p, q et r dont les tables de vérité ont les colonnes de droite suivantes:

1.	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 60px; height: 100px;"> <tr><td style="padding: 2px;">...</td><td style="padding: 2px;">0</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">...</td><td style="padding: 2px;">1</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">...</td><td style="padding: 2px;">0</td></tr> </table>	...	0	...	0	...	0	...	0	...	1	...	0	...	0	...	0	...	0	2.	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 60px; height: 100px;"> <tr><td style="padding: 2px;">...</td><td style="padding: 2px;">1</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">...</td><td style="padding: 2px;">0</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">...</td><td style="padding: 2px;">0</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">...</td><td style="padding: 2px;">0</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">...</td><td style="padding: 2px;">1</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">...</td><td style="padding: 2px;">0</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">...</td><td style="padding: 2px;">1</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">...</td><td style="padding: 2px;">0</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">...</td><td style="padding: 2px;">0</td></tr> </table>	...	1	...	0	...	0	...	0	...	1	...	0	...	1	...	0	...	0	3.	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 60px; height: 100px;"> <tr><td style="padding: 2px;">...</td><td style="padding: 2px;">0</td></tr> </table>	...	0	...	0	...	0	...	0	...	0	...	0	...	0	...	0	...	0
...	0																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	1																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	1																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	1																																																										
...	0																																																										
...	1																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										
...	0																																																										

- Utiliser une méthode applicable à toute table de vérité n'ayant qu'un 1
- Commencez par utiliser une méthode applicable à toute table ayant plus d'un 1. Pouvez-vous trouver une formule plus courte qui ait la même table?
- Si vous êtes bloqués, essayez peut-être de réfléchir à la négation de cette table ?