Mathias Sablé-Meyer
introlog@s-m.ac

14 Octobre 2019

1 Logique, pragmatique et psychologie du raisonnement

- Validité répugnantes vs. Erreurs attirantes
- Implicature scalaire
- Conjonction et raisonnement
- Disjonction et raisonnement

2 Raisonnements sur les valuations

1. Prouver que :

   (a) Si $A \rightarrow B$ est une contradiction, alors A est une tautologie et B est une contradiction

   (b) $A \wedge B$ est une tautologie si et seulement si A est une tautologie et B est une tautologie

2. Réfuter l'énoncé suivant en donnant un contre-exemple:

   "Si $A \vee B$ est une tautologie, alors A est une tautologie ou B est une tautologie."

3. Prouver que si A et B n'ont aucune variable propositionnelle en commun, alors $A \vee B$ est une tautologie si et seulement si A est une tautologie ou B est une tautologie.

3 Méthode de réécriture

3.1 Définitions:

3.1.1 Définition de cours

Rappelez les définitions suivantes:

- Les lois de De Morgan
- Les lois distributivité de la conjonction et de la disjonction
- La traduction de l'implication matérielle
- La traduction du biconditionel

3.1.2 Formes normales

- On appelle *forme normale disjonctive* (FND) une formule de la forme $A_1 \vee A_2 \vee ... \vee A_n$ où chaque A_i est une conjonction d'atomes ou de négation d'atomes.

  Les formules suivantes sont-elles des FND : $A \vee \neg B$? $A \to B$? $A \wedge (\neg B \vee \neg C)$? $\neg A$? $\neg(A \vee B)$? $A \vee (B \wedge (C \vee D))$?

  Calculez la FND (en utilisant les règles de réécriture) des formules suivantes:

  1. $\neg((p \to q) \to r)$
  2. $(q \vee r) \to (r \to \neg p)$
  3. $p \leftrightarrow q$
  4. $p \to (p \wedge q)$
  5. $(p \to q) \to (q \to p)$

- On appelle FND *totalement développée* (FNDTD) une FND dont chaque disjoint contient chacun des atomes ou sa négation.

  – Montrer (en utilisant les règles de réécriture) que $(\neg p \wedge \neg r)$ doit être équivalent à $(\neg p \wedge \neg r \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg r \wedge \neg q)$
  – Calculer la FNDTD de $p \to (q \to p)$
  – Calculer la FNDTD de $\neg(p \to (q \to p))$
  – Que pouvez vous conclure quant à la FNDTD d'une contradiction ?

3.2 La simplification:

1. Contrôlez l'équivalence des deux énoncés suivants:

   (1) $(\neg p \wedge \neg s) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg s \wedge q) \vee (\neg r \wedge p \wedge s)$
   (2) $(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg s \wedge q) \vee (\neg r \wedge p \wedge s)$

2. Même chose pour les deux schémas suivants:

   (3) $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (q \wedge \neg r) \vee (\neg q \wedge r)$
   (4) $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)$

3. Rechercher dans les schémas suivants les constituants et les éléments littéraux redondants:

   $(p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$

   $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$

4. Faites la même chose pour les six schémas normaux disjonctifs obtenus dans l'exercice précédent.