Mathias Sablé-Meyer
introlog@s-m.ac

21 Octobre 2019

This chapter reviews data showing that humans are unusual in their ability and propensity to attribute tree structures to data streams–a trait I call "dendrophilia".

— Tecumseh, W. Dendrophilia and the Evolution of Syntax. Origins of Human Language: Continuities and Discontinuities with Nonhuman Primates, 305.

0 Remarques préliminaires sur le DM

- Exercice I.2.c: rédaction de "si $A \models B$ then $A, C \models B$"
- Exercice III: retour sur la notion de *valuation atome-classique*

1 "$\vdash$", "$\models$", correction, complétude?

1.1 Rappel des définitions

- Qu'est-ce que $\models$?
- Qu'est-ce que $\vdash_T$?
- Qu'est-ce que la correction?
- Qu'est-ce que la complétude?

1.2 Construire des intuitions

- Est-ce qu'on peut construire une théorie T qui soit trivialement complète?
- Plus dur : peut-on construire une théorie T' qui soit trivialement correcte?
- Peut-on faire pareil pour $\models$?

1.3 Frege-Hilbert, le retour

(A1) $\vdash p \to (q \to p)$

(A2) $\vdash (p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$

(A3) $\vdash (\neg q \to \neg p) \to ((\neg q \to p) \to q)$

(MP) Si $\vdash A$ et $\vdash A \to B$, alors $\vdash B$

(σ) Si $\vdash A$ et $\sigma : p \mapsto \sigma(p)$ alors $\vdash \sigma(A)$

2 Preuves

2.1 Méthode de réécriture

- Prouver, par réécritures successives, que les formules suivantes sont des tautologies ou des contradictions.
  (*i*) $(p \to q) \to (\neg q \to \neg p)$
  (*ii*) $\neg(p \to (q \to p))$
  (*iii*) $(\neg r \wedge q) \wedge (p \wedge r)$
  (*iv*) $(p \leftrightarrow q) \to (p \to q)$
  (*v*) $(p \to q) \vee (q \to r)$

2.2 Méthode des arbres

- Établir, par la méthode des arbres, les preuves suivantes:
  (*i*) $p \wedge (q \wedge r) \vdash r \wedge p$
  (*ii*) $p \to (q \wedge r), r \to s, p \vdash s$
  (*iii*) $p \to (p \to q) \vdash p \to q$
  (*iv*) $p \wedge \neg q \vdash \neg(p \to q)$
  (*v*) $p \to q \vdash \neg q \to \neg p$
  (*vi*) $p \to \neg q \vdash q \to \neg p$
  (*vii*) $p \to q, r \vee \neg q, \neg(p \wedge q) \vdash \neg p$
  (*viii*) $(p \to q) \to r, \neg s \vee t, \neg(p \wedge \neg s), \neg q \to \neg t \vdash r$
  (*ix*) $p \to q, r \to s \vdash (p \vee r) \to (q \vee s)$
  (*x*) $p \to (q \vee r), (q \vee s) \to \neg p, \neg q, \neg(p \to q), \neg(r \wedge s) \vdash \neg q$